

Übungen zur Linearen Algebra II Blatt 3

Abgabefrist: Montag, den **29.4.2019** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

Aufgabe 9

Sei K ein Körper. Bestimmen Sie die zur Basis

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

von K^4 duale Basis von $(K^4)^*$, indem Sie deren Elemente als Linearkombinationen der kanonischen Projektionen $p_1, p_2, p_3, p_4: K^4 \rightarrow K$ angeben.

Aufgabe 10

Sei K ein Körper. Sei $K[t]$ der Polynomring aus Übungszettel 5, Aufgabe 3 und $\text{Abb}(\mathbb{N}, K)$ der Vektorraum aller K -wertigen Folgen (vergleiche Übungszettel 2, Aufgabe 4). Wir definieren für eine Folge $\alpha = (a_i)_{i \in \mathbb{N}}$ und ein Polynom $P = \sum_{i \in \mathbb{N}} b_i t^i$

$$\alpha(P) := \sum_{i \in \mathbb{N}} a_i b_i \in K.$$

(Beachten Sie, dass diese Summe endlich ist.) Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} \text{Abb}(\mathbb{N}, K) &\rightarrow K[t]^* \\ \alpha &\mapsto (P \mapsto \alpha(P)) \end{aligned}$$

ein Isomorphismus von K -Vektorräumen ist.