Universität Wuppertal
Fakultät IV, Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Jens Hornbostel
Sean Tilson, PhD

Sommersemester 2019
6.5.2019

Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 5

Abgabefrist: Montag, den **13.5.2019** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 15
Sei $f(t) = 2t^3 + 3t^2 + t + 1$ und $g(t) = t^2 + 2t + 1$. Bestimmen Sie $q(t), r(t) \in \mathbb{Q}[t]$ mit $\deg(r(t)) < 2$, so dass $f(t) = q(t) \cdot g(t) + r(t)$ gilt.

Aufgabe 16
Beweisen Sie Satz 17.11 (a) und (b) aus der Vorlesung.

Aufgabe 17
Sei K ein Körper. Ein Element $f \in K[t]$ heißt *Nullteiler* falls $f \neq 0$ und es ein $g \in K[t]$ mit $g \neq 0$ und $f \cdot g = 0$ gibt. Beweisen Sie, dass für alle Polynome $f(t), g(t)$ aus $K[t]$ die Gleichheit $deg(f(t)) + deg(g(t)) = deg(f(t) \cdot g(t))$ gilt (Lemma 17.4 (b) aus der Vorlesung). Zeigen Sie anschließend, dass $K[t]$ keine Nullteiler hat.

Aufgabe 18
Sei K ein Körper.
Für ein Polynom $f \in K[t]$ definiere man (vgl. Bemerkung 17.8 aus der Vorlesung) eine Abbildung $\tilde{f} : K \to K$, $\lambda \mapsto f(\lambda)$. Diese Zuordnung ergibt eine Abbildung $\tilde{\ } : K[t] \to \mathrm{Abb}(K, K)$, $f \mapsto \tilde{f}$.
Zeigen Sie, dass $\tilde{\ }$ injektiv ist, falls der Körper K unendlich ist.