

Übungen zur Linearen Algebra II Blatt 7

Abgabefrist: Montag, den **27.5.2019** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

Aufgabe 23

Sei K ein Körper und $A \in \text{Mat}_K(n \times n)$. Beweisen Sie, dass $\det(A) \neq 0$ gilt genau dann wenn 0 kein Eigenwert von A ist.

Aufgabe 24

Bestimmen Sie für die folgenden reellen Matrizen das charakteristische Polynom, sämtliche Eigenwerte und zu jedem Eigenwert den zugehörigen Eigenraum. Welche Matrizen sind diagonalisierbar?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 25

Beweisen Sie Lemma 20.11 aus der Vorlesung: Ist $f \in \text{End}_K(V)$ und $\lambda \in K$ ein Eigenwert, so gilt $1 \leq \dim_K(V_\lambda) \leq \mu(\chi(f, \lambda))$. (Hinweis: Sie können den Basisergänzungssatz verwenden.)

Aufgabe 26

Bestimmen Sie das Minimalpolynom p_f zu einem Endomorphismus $f : V \rightarrow V$ in folgenden Fällen:

1. $V = 0$
2. $f = \text{id}$
3. $f = 0$
4. $V = V_1 \oplus V_2$ und $f(v_1 + v_2) = v_1$ für $v_i \in V_i$, $i = 1, 2$.