Universität Wuppertal
Fakultät IV, Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Jens Hornbostel
Sean Tilson, PhD

Sommersemester 2019
3.6.2019

Übungen zur Linearen Algebra II
Blatt 9

Abgabefrist: Montag, den **17.6.2015** bis **10:10** Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 30
Beweisen Sie Lemma 22.9 aus der Vorlesung: Sei V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum, $g \in End_K(V)$ und $n \geq 0$ beliebig. Dann gilt:

(i) $Ker(g^n)$ ist g-invariant

(ii) $Im(g^n)$ ist g-invariant

(iii) $(g|_{Ker(g^n)})^n = 0$

Aufgabe 31
Sei $f \in \mathrm{End}_K(V)$ ein diagonalisierbarer Endomorphismus mit paarweise verschiedenen Eigenwerten $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$. Zeigen Sie, dass dann $p_f = (t - \lambda_1) \cdots (t - \lambda_k)$.

Aufgabe 32
Bestimmen Sie für die folgenden reellen Matrizen die zugehörigen Eigenräume und Haupträume:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 33
Bestimmen Sie (wie in Beispiel 22.10 aus der Vorlesung) reelle Matrizen D und N, so dass

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ähnlich zu $B := D + N$ ist, D diagonal ist, N nilpotent ist und $DN = ND$ gilt. Geben Sie die Basiswechselmatrix $M_{T_{Y,X}}$ von der Standardbasis X zu der neuen Basis Y an, für die $B = M_{f_A,Y,Y}$ gilt.